

## Tydzień 7 - kolorowania

Definicje: kolorowanie właściwe, liczba chromatyczna, indeks chromatyczny.

### Kolorowania wierzchołkowe

1. Udowodnij, że:
  - a)  $\chi(G) \geq \frac{|V(G)|}{\alpha(G)}$ ,
  - b)  $\chi(G) \geq \omega(G)$ .
2. Udowodnij, że dla grafu  $G$  o  $m$  krawędziach,  $\chi(G) \leq \frac{1}{2} + \sqrt{2m + \frac{1}{4}}$ .
3. Tw. Jeśli  $\chi(G) < k$ , to  $G$  ma orientację, która nie zawiera ścieżki długości  $k$ .
4. Ile wynosi liczba chromatyczna hiperkostki  $Q_d$ ?

### Kolorowania krawędziowe

5. Ile wynosi indeks chromatyczny hiperkostki  $Q_d$ ?
  6. Tw. Indeks chromatyczny kubicznego grafu hamiltonowskiego wynosi trzy.
  7. Tw. Niech  $H$  będzie grafem krawędziowym, wtedy  $\chi(H) \in \{\omega(H), \omega(H) + 1\}$ .
  8. Scharakteryzuj grafy, dla których  $\chi(G) = \chi'(G) = \Delta(G) + 1$ .
-